ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1ου ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1.*1* **Α2.*2*** **Α3.*4*** **Α4.*1*** **Α5.1 - *Σωστό,* 2 - *Λάθος,* 3 - *Λάθος,* 4 - *Λάθος,* 5 - *Λάθος***

ΘΕΜΑ Β

Β1.*2*

Το ποσοστό επί τοις εκατό της ενέργειας που χάνει η σφαίρα κατά την κρούση της στον λείο κατακόρυφο τοίχο, υπολογίζεται από τη σχέση:

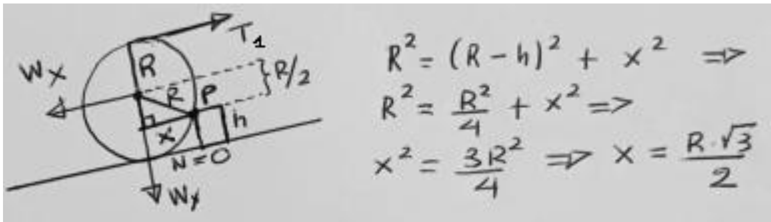
$$\Pi\% = \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% = -50\% \Rightarrow \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} - 1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv_0^2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{v_0^2} - 1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{v^2}{v_0^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{1}{2} \cdot v_0^2 \Rightarrow v = \frac{v_0\sqrt{2}}{2} \;\; \mathbf{(1)}$$

Στον άξονα των y από την αρχή διατήρησης της ορμής, ισχύει ότι:

$$m \cdot v_0 \cdot \eta\mu\theta = m \cdot v \cdot \eta\mu\varphi \overset{(1)}{\Rightarrow} v_0 \cdot \frac{1}{2} = \frac{v_0\sqrt{2}}{2} \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow \eta\mu\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boldsymbol{\varphi = 45°}$$

Β2.*2*



Από την ισορροπία του (Σ) έχουμε: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_2' = mg$ [1]

Από την ισορροπία της (Τ) έχουμε: $\Sigma\tau_{(o)} = 0 \Rightarrow T_1 r_1 = T_2 r_2 \Rightarrow T_1 = 2T_2$ [2]

Επειδή τα τεντωμένα νήματα είναι αβαρή: $|T_1| = |T_1'|$ και $|T_2| = |T_2'|$ [3]

Ο (Δ) ισορροπεί ακίνητος ενώ μόλις που δεν περνά πάνω από το εμπόδιο (δλδ. $N = 0$), οπότε:

$$\Sigma F = 0 \text{ και } \Sigma\tau_{(P)} = 0 \Rightarrow \tau_{T_1'(P)} + \tau_{W(P)} = 0 \overset{+\odot}{\Longrightarrow} -T_1'\left(R + \frac{R}{2}\right) + Mg\eta\mu\varphi\frac{R}{2} + Mg\sigma\upsilon\nu\varphi\frac{R\sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1' = \frac{2Mg}{3} \;\; [4]$$

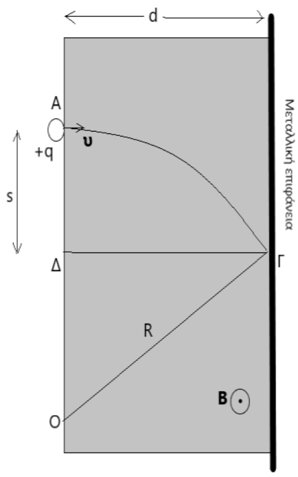
Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις έχουμε: $[2] \xRightarrow{[1],[3],[4]} \frac{2Mg}{3} = 2mg \Rightarrow \boldsymbol{m = \frac{M}{3}}$.

Β3.*1*

Αφού τα πρωτόνια εισέρχονται με ταχύτητα που έχει διεύθυνση κάθετη στις δυναμικές γραμμές θα εκτελέσουν ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας:

$$R = \frac{m_p \cdot v}{B \cdot |q_p|}, \text{ όπου } |q_p| = |q_e|$$

Επειδή το πλάτος του πεδίου είναι μικρότερο από την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς $(d < R)$, τα πρωτόνια προσπίπτουν πάνω στην μεταλλική επιφάνεια στο σημείο Γ, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Για να υπολογίσουμε την κατακόρυφη εκτροπή s, εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΟΔΓ και έχουμε:



$$(O\Delta)^2 + (\Delta\Gamma)^2 = (O\Gamma)^2 \Rightarrow (R - s)^2 + d^2 = R^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (R - s)^2 = R^2 - d^2 \Rightarrow R - s = \sqrt{R^2 - d^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = R - \sqrt{R^2 - d^2} \Rightarrow s = \frac{m_p \cdot v}{B \cdot |q_p|} - \sqrt{\left(\frac{m_p \cdot v}{B \cdot |q_p|}\right)^2 - \left(\frac{3m_p \cdot v}{5B|q_p|}\right)^2}$$

$$\Rightarrow s=\frac{m_p\cdot v}{B\cdot|q_p|}-\sqrt{\frac{{m_p}^2\cdot v^2}{B^2\cdot|q_p|^2}-\frac{9\cdot{m_p}^2\cdot v^2}{25\cdot B^2\cdot|q_p|^2}}\Rightarrow\Rightarrow s=\frac{m_p\cdot v}{B\cdot|q_p|}-\sqrt{\frac{16\cdot{m_p}^2\cdot v^2}{25\cdot B^2\cdot|q_p|^2}}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow s=\frac{m_p\cdot v}{B\cdot|q_p|}-\frac{4\cdot m_p\cdot v}{5\cdot B\cdot|q_p|}\Rightarrow\Rightarrow s=\boldsymbol{\frac{m_p\cdot v}{5\cdot B\cdot|q_p|}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στο σχήμα που δείχνει το στάσιμο το οποίο έχει δημιουργηθεί, παρατηρούμε ότι το σημείο Κ είναι κοιλία και το σημείο Δ είναι δεσμός, ενώ ανάμεσά τους υπάρχει άλλος ένας δεσμός και άλλη μία κοιλία.

Είναι λοιπόν: $\boldsymbol{(K\Delta)=3\frac{\lambda}{4}\Rightarrow\lambda=\frac{4(K\Delta)}{3}\Rightarrow\lambda=0,8m}$

Όπως παρατηρούμε επίσης,το μήκος της χορδής αντιστοιχεί σε δύο μήκη κύματος, οπότε:

$$L=2\lambda\Rightarrow\boldsymbol{L=1,6m}$$

Το ελάχιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σημείο Σ για να διέλθει δύο διαδοχικές φορές από τη Θ.Ι. του είναι μισή περίοδος, οπότε: $\Delta t=\frac{T}{2}\Rightarrow T=2\Delta t\Rightarrow T=0,2s$

Με χρήση της θεμελιώδους εξίσωσης της κυματικής βρίσκουμε ότι η ταχύτητα διάδοσης των αρμονικών κυμάτων στην χορδή είναι: $\upsilon_\delta=\frac{\lambda}{T}=\frac{0,8}{0,2}\Rightarrow\boldsymbol{\upsilon_\delta=4\,m/s.}$

Γ2. Το σημείο Κ που είναι κοιλία, έχει πλάτος ταλάντωσης διπλάσιο από το πλάτος των αρμονικών κυμάτων. Επομένως, ισχύει: $A'_K=2A=0,04m.$

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος στη χορδή (εφόσον στη θέση που έχουμε την κοιλία Κ θεωρούμε το σημείο αναφοράς) είναι: $y=2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\Rightarrow y=0,04\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{0,8}\right)\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{0,2}\right)\Rightarrow$

$$\boldsymbol{\Rightarrow y=0,04\sigma\upsilon\nu(2,5\pi x)\eta\mu(10\pi t),(S.I.),-0,6m\le x\le+1m}$$

Για την εξίσωση της επιτάχυνσης των υλικών σημείων της χορδής ισχύει:

$$\alpha=-\omega^2y\Rightarrow\alpha=-(10\pi)^2 0,04\sigma\upsilon\nu(2,5\pi x)\eta\mu(10\pi t)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\alpha=-40\sigma\upsilon\nu(2,5\pi x)\eta\mu(10\pi t),(S.I.)$$

Για το υλικό σημείο που βρίσκεται σε τετμημένη $x=0,3m$, η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$\alpha=-40\sigma\upsilon\nu(2,5\pi\cdot 0,3)\eta\mu(10\pi t)\Rightarrow\alpha=-40\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{4}\right)\eta\mu(10\pi t)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\alpha=-40\frac{-\sqrt{2}}{2}\eta\mu(10\pi t)\Rightarrow\alpha=20\sqrt{2}\eta\mu(10\pi t)\Rightarrow$$
$$\boldsymbol{\Rightarrow\alpha=-20\sqrt{2}\eta\mu(10\pi t+\pi),(S.I.)}$$

Γ3. Τα υλικά σημεία της χορδής του σχήματος τα οποία βρίσκονται στις θέσεις των κοιλιών εκτελούν α.α.τ. με πλάτος $A'=0,04m.$ Από την Α.Δ.Ε.Τ. για όταν βρεθούν σε απομάκρυνση $y=\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$ από τη θέση ισορροπίας τους έχουμε: $K+U=E\Rightarrow\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}m\omega^2y^2=\frac{1}{2}m\omega^2A'^2\Rightarrow\upsilon=\omega\sqrt{A'^2-y^2}\Rightarrow$

$$\boldsymbol{\Rightarrow\upsilon=0,3\pi\,m/s}$$

Γ4. Η συχνότητα του ταλαντωτή που δημιουργεί το στάσιμο κύμα του σχήματος (συνολικά 5 δεσμοί με τα άκρα της χορδής) είναι $f=\frac{1}{T}=5Hz.$

Όταν μεταβάλουμε τη συχνότητα αυτή και σχηματιστούν 4 ακόμη δεσμοί (συνολικά 9 δεσμοί με τα άκρα της χορδής), τότε το μήκος της χορδής θα είναι 4 μήκη κύματος, δηλαδή:

$$L=4\lambda'\Rightarrow\lambda'=\frac{L}{4}\Rightarrow\lambda'=0,4m$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος δεν αλλάζει, οπότε η νέα συχνότητα της γεννήτριας θα γίνει:

$$f'=\frac{\upsilon_\delta}{\lambda'}=\frac{4}{0,4}\Rightarrow f'=10Hz$$

Συνεπώς, η συχνότητα πρέπει να αυξηθεί κατά $\Delta f=f'-f\Rightarrow\boldsymbol{\Delta f=5Hz}$

Η θέση του σημείου Κ απέχει 0,6m από το άκρο που βρίσκεται ο ταλαντωτής, οπότε συγκρίνοντας αυτήν την απόσταση με το νέο μήκος κύματος βλέπουμε ότι είναι ίση με $\frac{3\lambda\prime}{2}$. Άρα **το σημείο Κ είναι πλέον δεσμός**.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Όταν ο αγωγός $K\Lambda$ δεν διαρρέεται από ρεύμα δέχεται το βάρος του και τη δύναμη από το επιμηκυμένο ελατήριο, ενώ όταν διαρρέεται από ρεύμα δέχεται επιπλέον και μια δύναμη Laplace κατακόρυφα προς τα πάνω ώστε το ελατήριο να είναι συσπειρωμένο και έτσι να έχει και στις δύο περιπτώσεις ίδια δυναμική ενέργεια – στη μία όταν είναι επιμηκυμένο και στην άλλη όταν είναι συσπειρωμένο το ίδιο. Δλδ.: $U_{\varepsilon\lambda} = U'_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}k\Delta l'^2 \Rightarrow \Delta l = \Delta l'$

Στη Θ.Ι. όταν $I = 0$: $\Sigma F = 0 \Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow \Delta l = 0{,}1m$

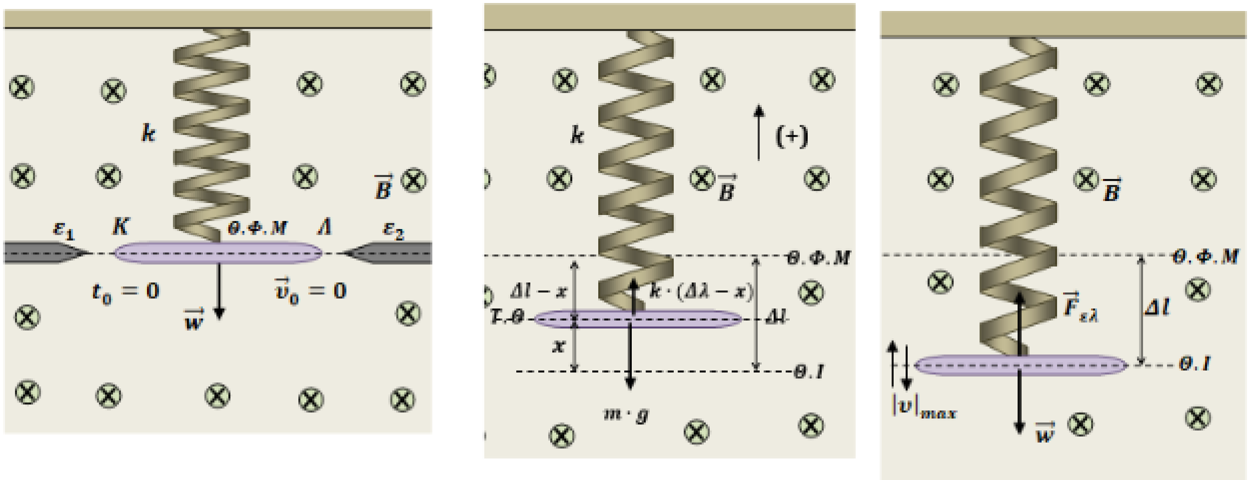
Στη Θ.Ι. όταν $I \neq 0$: $\Sigma F = 0 \Rightarrow I = \frac{mg+k\Delta l\prime}{B\cdot l} \Rightarrow \boldsymbol{I = 5A}$ **(με φορά από το Κ προς το Λ)**

Δ2. Θέτουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ίση με 2,5Α χωρίς να αλλάξουμε τη φορά του και ο αγωγός $K\Lambda$ ισορροπεί σε νέα Θ.Ι. οπότε $\Sigma F = 0 \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{BIl - mg}{k} \Rightarrow \Delta l_0 = 0$

δλδ. βρίσκεται στη ΘΦΜ του ελατηρίου.

(Α) (Ι) Την $t = 0$ γυρίζουμε τον μεταγωγό στη θέση (2) ώστε ο αγωγός να πάψει να διαρρέεται από ρεύμα.

Καταργείται η δύναμη Laplace και ο αγωγός $K\Lambda$ δεν ισορροπεί. Αρχίζει να κινείται προς τα κάτω, προς τη θέση ισορροπίας του $(\Theta.I)$ με επιτάχυνση, περνάει από αυτή με μέγιστη ταχύτητα, στη συνέχεια επιβραδύνεται μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του και η κίνηση επαναλαμβάνεται αντίστροφα προς τα πάνω. Το σώμα εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση και θα αποδείξουμε ότι είναι απλή αρμονική.



Στη θέση ισορροπίας $(\Theta.I)$ εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων:

$$\sum F_y = k\cdot\Delta l - m\cdot g = 0, \quad \Delta l = \frac{m\cdot g}{k} = 0{,}1\ \mathrm{m} \qquad (1)$$

Καθώς το σώμα κατεβαίνει, το θεωρούμε σε μια τυχαία θέση $(T.\Theta)$ και με θετική φορά προς τα πάνω, εκφράζουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων, σε σχέση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας:

$$\sum F_{T.\Theta} = k\cdot(\Delta l - x) - m\cdot g = k\cdot\Delta l - k\cdot x - mg = -k\cdot x$$

Άρα ο αγωγός $K\Lambda$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς τη σταθερά k του ελατηρίου. Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0{,}2}}\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} = 10\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

(ΙΙ) Άρα $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boldsymbol{T = 0{,}2\pi s}$

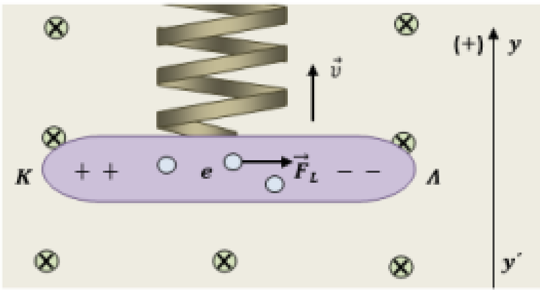
(Β) Την $t = 0$ γυρίζουμε τον μεταγωγό στη θέση (3) ώστε ο αγωγός να πάψει να διαρρέεται από ρεύμα αλλά έχει δημιουργηθεί έτσι κλειστό κύκλωμα. Λόγω του βάρους του αρχίζει να επιταχύνεται προς τα κάτω κινούμενος εντός του ομογενούς μαγνητικού πεδίου, οπότε επάγεται ΗΕΔ στον αγωγό: $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon l$.

Καθώς το κύκλωμα είναι κλειστό και διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{O\Lambda}}$, ο αγωγός ΚΛ δέχεται δύναμη Laplace η οποία είναι αντίθετη της ταχύτητας, καθώς αντιτίθεται στο αίτιο (κίνηση) που προκάλεσε το επαγωγικό ρεύμα και έχει μέτρο $F_L = BI_{\varepsilon\pi}l$.

Συνδυάζοντας τα παραπάνω η αλγεβρική τιμή της δύναμης Laplace είναι:

$$F_L = -\frac{B^2 l^2}{R_{O\Lambda}} \upsilon = -\frac{4^2 0{,}2^2}{1+1} \upsilon \Rightarrow \boldsymbol{F_L = -0{,}32\upsilon}$$

Άρα ο αγωγός ΚΛ εκτελεί μία ταλάντωση της οποίας **το πλάτος ελαττώνεται εκθετικά με τον χρόνο**, μιας και η δύναμη Laplace είναι της μορφής F'=-bυ με b=0,32kg/s.



Δ3. Καθώς ο αγωγός κινείται εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση, τα ελεύθερα ηλεκτρόνιά του δέχονται δύναμη Lorentz από το μαγνητικό πεδίο. Έτσι στιγμιαία συμβαίνει διαχωρισμός ηλεκτρικών φορτίων στα άκρα του και δημιουργείται τάση από επαγωγή. Τα ηλεκτρόνια δέχονται ηλεκτρομαγνητική δύναμη προς το Λ όταν ο αγωγός $K\Lambda$ κινείται προς τα πάνω, με αποτέλεσμα η διαφορά δυναμικού $V_K - V_\Lambda$ που δημιουργείται εξαιτίας του φαινομένου να είναι θετική, όπως φαίνεται στο σχήμα. Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω και θα υπολογίσουμε τη διαφορά δυναμικού από τη σχέση $V_K - V_\Lambda = B \cdot \upsilon \cdot l$, όπου υ είναι η αλγεβρική τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας της ράβδου, στη διάρκεια της ταλάντωσης που εκτελεί.

Για την ταλάντωση του αγωγού ΚΛ ισχύουν οι σχέσεις:

$$y = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot t + \varphi_0), \quad \upsilon = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Όπου y η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του κέντρου του αγωγού $K\Lambda$ και υ η ταχύτητά του. Επειδή τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ήταν στο πάνω άκρο της ταλάντωσης χωρίς ταχύτητα θέτουμε $t_0 = 0$ στις παραπάνω σχέσεις και προκύπτουν:

$$y_0 = A \cdot \eta\mu\varphi_0 = A, \qquad \upsilon_0 = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_0 = 0$$

ή $\qquad \eta\mu\varphi_0 = 1, \sigma\upsilon\nu\varphi_0 = 0 \qquad \acute{\alpha}\rho\alpha \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad

Έτσι για τη ζητούμενη διαφορά δυναμικού προκύπτει η συνάρτηση με το χρόνο:

$$V_K - V_\Lambda = B \cdot l \cdot \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 4 \cdot 0{,}2 \cdot 10 \cdot 0{,}1 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(10 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (S.I)$$

Τελικά: $\qquad \boldsymbol{V_K - V_\Lambda = 0{,}8 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(10 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)}, \quad \boldsymbol{(S.I)}$

Δ4. Στην περίπτωση αυτή που ο στρεφόμενος αγωγός κινείται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση, στα άκρα του επάγεται ΗΕΔ η οποία μεταβάλλεται με τον χρόνο.

Είναι: $E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2} B \omega l^2 = \frac{1}{2} B (a_\gamma t) l^2 \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2} 4 \frac{\pi}{10} 0{,}2^2 t \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 0{,}008t.$

Επομένως το κλειστό κύκλωμα που σχηματίζεται διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα έντασης: $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{O\Lambda}} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{0{,}008t}{1} \Rightarrow \boldsymbol{I_{\varepsilon\pi} = 0{,}008t, (S.I)}$

Για να βρούμε το φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού $K\Lambda$ κατά τη διάρκεια του 3ου δευτερολέπτου της κίνησης θα υπολογίσουμε το εμβαδόν ανάμεσα στη γραφική παράσταση και τους άξονες για το αντίστοιχο χρονικό διάστημα στο διάγραμμα ένταση ρεύματος – χρόνος.

$$q = E\mu\beta_{\tau\rho\alpha\pi} = \frac{(0{,}016+0{,}024)1}{2} \Rightarrow \boldsymbol{q = 0{,}02C}$$