**Λύσεις Μαθηματικών Προτύπου Λυκείου 2021**

**026.**

Το 20% του 10x: $10x\frac{20}{100}=2x$

To 25% του 2x: $2x\frac{25}{100}=0.5x$

**027.**

Έστω δύο διαδοχικοί άρτιοι φυσικοί αριθμοί

x και x+2. Θα πρέπει να ισχύει:

$$x+\left(x+2\right)=3x$$

$$2x+2=3x$$

$$x=2$$

**028.**

Δίνεται $Κ=\left(x^{2}-y^{2}\right)\left(x+y\right)^{2}$

$$K=\left(x^{2}-y^{2}\right)\left(x^{2}+2xy+y^{2}\right)$$

$$K=x^{4}+2x^{3}y+x^{2}y^{2}-x^{2}y^{2}-2xy^{3}-y^{4}$$

$$K=x^{4}+2x^{3}y-2xy^{3}-y^{4}$$

**029.**

Γνωρίζω ότι το πλήθος των μαθητών από 14 ετών έως 17 ετών είναι n = 125 και είναι το 12,5% του συνόλου των μαθητών (N).

Άρα, $\frac{125}{N}=\frac{12,5}{100}$

$$N=\frac{125\*100}{12,5}=1.000$$

**030.**

Δίνεται $α+\frac{2}{α}=3.$

Λύνω ως προς τον άγνωστο α.

$$α+\frac{2}{α}=3$$

$$α^{2}+2=3α$$

$$α^{2}-3α+2=0$$

$$Δ=9-8=1$$

$$α\_{1,2}=\frac{3\pm \sqrt{1}}{2}$$

$$α\_{1}=2 , α\_{2}=1$$

Οπότε : $α^{2}+\frac{4}{α^{2}}=5$

**031.**

Δίνεται ότι φ: Οξεία Γωνία και εφφ = $\frac{1}{3}$

Οπότε ημφ , συνφ, εφφ > 0

Από τριγωνομετρικές ταυτότητες:

$$\frac{ημφ}{συνφ}=\frac{1}{3}\leftrightarrow συνφ=3ημφ$$

$$ημ^{2}φ+συν^{2}φ=1$$

$$ημ^{2}φ+9συν^{2}φ=1$$

$$ημ^{2}φ=0,1$$

$$ημφ=\sqrt{0,1} και συνφ=3\sqrt{0,1}$$

Συνεπώς,

$$Κ=\frac{3ημφ+2συνφ}{6ημφ-συνφ}=\frac{3\sqrt{0,1}+6\sqrt{0,1}}{6\sqrt{0,1}-3\sqrt{0,1}}=3$$

**032.**

Βάσει τριγωνομετρίας,

$$εφθ=\frac{ΕΔ}{ΔΗ}=\frac{1}{3}$$

$$εφφ=\frac{ΑΖ}{ΑΕ}=\frac{1}{3}$$

Συνεπώς, για τις γωνίες ισχύει $φ=θ$ καθώς είναι οξείες που βρίσκονται σε ορθογώνια τρίγωνα.

**033.**

Δίνεται ότι το σύνολο των μαθητών είναι Ν = 300.

Το άθροισμα των δοσμένων μαθητών είναι: 192

Συνεπώς, $300-192=108$

Οπότε το ποσοστό είναι: $\frac{108}{300}\*100=36\%$

**034.**

Αφού υπάρχουν 14 ομάδες και θα παίξουν όλες μεταξύ τους από δύο φορές , τότε η κάθε ομάδα θα παίξει 13 αγώνες.

Οπότε $14\*13=182.$

**035.**

Δίνεται ότι για την εξίσωση:$x^{2}+2x+a=0$, το $x=0$, είναι ρίζα του.

Συνεπώς, για $x=1$, η δευτεροβάθμια εξίσωση μηδενίζεται.

Για $x=1:1^{2}+2\*1+a=0\leftrightarrow a=0$

Οπότε,

 $x^{2}+2x=0\leftrightarrow x\left(x+2\right)=0\leftrightarrow x=-2 ή x=0$

**036.**

Παρατηρείται το εξής:

ΒΓ = 14 εκ.

ΛΜ = ΕΔ = 5 εκ.

ΗΘ = ΒΚ = 3 εκ.

Οπότε, ΙΛ = 6 εκ.

ΜΓ = 14 – 12 = 2 εκ.

ΑΗ = 14 – 10 = 4 εκ.

ΘΙ = ΑΗ – ΙΚ = 8 εκ

Το εμβαδόν του Χ ορθογωνίου (Χ)= 6 \* 8 = 48 τ. εκ.

**037.**

$$Κ=2\sqrt{3}$$

$$Λ=6$$

$$Μ=2\sqrt{3}$$

$$Ν=\sqrt{6}$$

$$Τ=\sqrt{27}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$

Συνεπώς, Κ = Μ = Τ

**038.**

Δίνεται ότι γωνία Β = 30ο. ( ημ30ο=$\frac{1}{2}$)

$$ημΒ=\frac{ΑΟ}{ΒΟ}=\frac{5}{ΒΟ}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{5}{ΒΟ}\leftrightarrow ΒΟ=10$$

$$ΒΟ=ΒΓ+ΓΟ$$

$$ΒΓ=5 εκ.$$

**039.**

Έστω ότι N = 999.999, μπορεί να μετατραπεί σε

Ν = 1.000.000 – 1 ή $Ν=10^{6}-1$.

Οπότε,

$$ Ν^{2}+2\*10^{6}=\left(10^{6}-1\right)^{2}+2\*10^{6}=10^{12}-2\*10^{6}+1+2\*10^{6}=10^{12}+1$$

Οπότε ο αριθμός 1, εμφανίζεται ΔΥΟ φορές.

**040.**

Το γραμμοσκιασμένο σύνολο είναι όλοι οι αριθμοί που δεν ανήκουν στα σύνολα Α, Β.

Συνεπώς όλοι οι άρτιοι, εκτός του 2 (είναι πρώτος αριθμός)

Σύνολο 14 αριθμοί.

**041.**

Οι αριθμοί πρέπει να τοποθετηθούν σε αύξουσα σειρά.

$$1,1,2,3,4,5,6,7,8,8,9,10,27,4^{3},5^{3},6^{3},7^{3},8^{3},9^{3},10^{3}$$

Το σύνολο των αριθμών είναι n = 20

Οπότε $δ=\frac{\frac{n}{2}+\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2}=\frac{8+9}{2}=8,5$

**042.**

Το εμβαδόν του Κενού Τετραγώνου θα είναι:

$$\sqrt{7}^{2}+\sqrt{33}^{2}=40$$

Άρα η πλευρά του θα είναι $\sqrt{40}.$

Οπότε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου θα είναι:

$46-40=6$ μονάδες μέτρησης.

**043.**

Η γωνία Α και η γωνία Δ είναι εγγεγραμμένες που βαίνουν σε ίδιο τόξο.

Το ίδιο συμβαίνει και για τις γωνίες Γ και Β.

Συνεπώς ημΑ = ημΔ και ημΓ = ημΒ

Βάσει του νόμου των ημιτόνων:

$$\frac{27}{ημΒ}=\frac{x}{ημΑ}=\frac{5x}{ημΓ}=\frac{15}{ημΔ}$$

Οπότε $x=9.$

**044.**

Δίνεται συνΓ = $-\frac{3}{5}.$

Από τριγωνομετρικές ταυτότητες:

$$ημ^{2}Γ+συν^{2}Γ=1$$

Συνεπώς ημΓ = $\frac{4}{5}$ ή ημΓ = $-\frac{4}{25}$ ( Απορρίπτεται )

Άρα, $εφΓ=\frac{ημΓ}{συνΓ}=-\frac{4}{3}.$

**045.**

Ο μέσος όρος των παιχτριών που έφυγαν είναι ίσος με τον μέσο όρο των παιχτριών που ήρθαν στην ομάδα.

Συνεπώς, ο συνολικός μέσος όρος δεν μεταβλήθηκε.

Μ.Ο = 191 cm.

**046.**

Από την θεωρία των τετραγωνικών ριζών:

$$2<\sqrt{6}<3$$

$$-3<-\sqrt{6}<-2$$

$$7-3<7-\sqrt{6}<7-2$$

$$\sqrt{4}<\sqrt{7-\sqrt{6}}<\sqrt{5}<3$$

$$2+8<8+\sqrt{7-\sqrt{6}}<3+8$$

$$3<\sqrt{10}<\sqrt{8+\sqrt{7-\sqrt{6}}}<\sqrt{11}<4$$

$$9-3<9-\sqrt{8+\sqrt{7-\sqrt{6}}}<9-4$$

$$2<\sqrt{5}<\sqrt{9-\sqrt{8+\sqrt{7-\sqrt{6}}}}<\sqrt{6}<3$$

$$2<Α<3$$

**047.**

Το 80% του 50 είναι: $50\*\frac{80}{100}=40$.

Πρέπει να απαντήσει 40 ερωτήσεις σωστά.

Αφού στις 30 πρώτες ερωτήσεις, έχει απαντήσει τις 22 σωστά.

Στις υπόλοιπες 20, πρέπει να απαντήσει τουλάχιστον τις 18 σωστά.

Άρα, μπορεί να κάνει το πολύ 2 λάθη.

**048.**

(ΑΔΕΓ) = ΑΔ\*ΑΒ = 1\*1 = 1 τ.εκ.

(ΑΜΒ) = ΑΜ\*ΑΒ = 0,5\*1 = $\frac{1}{4}$ τ. εκ.

(ΑΔΕ) = $\frac{ΑΔ\*ΔΕ}{2}$= $\frac{ΔΕ}{2}$

(ΒΓΕ) = ΒΓ\*ΕΓ = $\frac{ΒΓ \* (1 – ΔΕ)}{2}$

(ΑΕΒ) = (ΑΒΓΔ) – (ΑΔΕ) – (ΒΓΕ) = 1 – ΔΕ – $\frac{ΒΓ \* (1 – ΔΕ)}{2}$

(ΑΕΒ) = $\frac{1}{2}$

(ΑΕΒ) – (ΑΜΒ) =$\frac{1}{4}$

**049.**

Δίνεται $\frac{x+y}{x-y}=3$. Βρείτε $\frac{2x+y}{3y-x}.$

$$\frac{x+y}{x-y}=3$$

$$x+y=3x-3y$$

$$2x=4y$$

$$x=2y$$

Συνεπώς,

$$\frac{2x+y}{3y-x}=\frac{2\*2y+y}{3y-2y}=\frac{5y}{y}=5$$

**050.**

Δίνεται $x^{2}=2x+y και y^{2}=2y+x$, με $x\ne y.$

Βρείτε το άθροισμα $x^{2}+y^{2}.$

$$\left\{\begin{array}{c}x^{2}=2x+y\\y^{2}=2y+x\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}x^{2}-y^{2}=x-y\\x^{2}=2x+y\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}\left(x-y\right)\left(x+y-1\right)=0\\x^{2}=2x+y\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}x=y \left( Απορρίπτεται\right) ή x+y=1\\x^{2}-x-1=0\end{array}\right.$$

$$x\_{1}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\rightarrow x\_{1}^{2}=\frac{6+2\sqrt{5}}{4}$$

$$y\_{1}=\frac{1-\sqrt{5}}{2}\rightarrow y\_{1}^{2}=\frac{6-2\sqrt{5}}{4}$$

$$x^{2}+y^{2}=3$$