ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

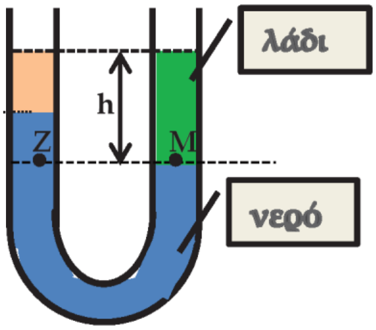
Al. (γ) A2. (β) A3. (δ) A4. (β) AS. α-Σ, β-Λ, γ-Λ, δ-Σ, ε-Λ

ΘΕΜΑ Β

Bl. Σωστή η (γ).

Τα υγρά βρίσκονται σε ισορροπία οπότε:

Pz = pM <=> ρv ·g·(h-d) + ρ·g·d + = ρΛ ·g·h+



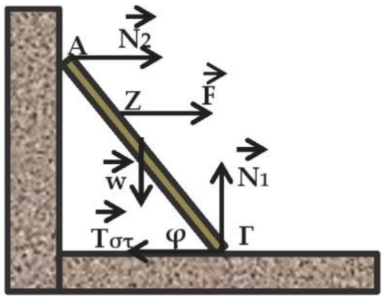
Θέτοντας d = 0,6·h καιρλ = O,8·ρv ,παίρνουμε:

Qv ·g·(h-0,6 ·h)+ ρ ·g ·0,6·h = 0,8·ρv ·g ·h<=>

o,4ρv + O,6 ·ρ = o,s .ρv <=> lρ = ρvl

B2. Σωστή η (γ)

Την στιγμή που η ράβδος αρχίζει *να* στρέφεται γύρω *από* το σημείο Γ χάνεται η επαφή της με τον κατακόρυφο τοίχο, οπότε N_2 = O. Όμως η ισορροπία της διατηρείται οριακά, έτσι:



Για την στροφική ισορροπία της ράβδου:

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 <=> F\cdot\frac{3L}{4}\eta\mu\varphi - w\cdot\frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 <=> F = \frac{2w}{3\varepsilon\varphi} \quad (1)$$

Για την μεταφορική της ισορροπία:

$\Sigma F_y = O <=> w = N_1$ *και* $\Sigma F_x = O <=> F = T_{\sigma\tau}$

Αντικαθιστώντας στην σχέση (1) προκύπτει: F = 2w <=>T"" 2·N₁

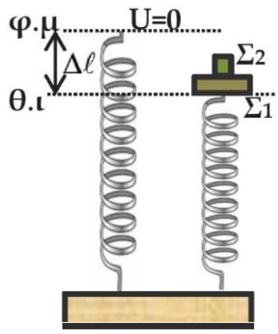
Όμως T ::; μ ·N <=> 2·κ ::; μ . Λ.Y <=> lμ

s 1

στ 3εφφ s ,Y"ι s 9 3εφφ 3εφφ

B3. Σωστή η (β)

Το σύστημα των δυο σωμάτων απομακρύνεται *από* την θέση ισορροπίας του *κατά* 2Δf και αφήνεται ελεύθερο *να* ταλαντωθεί. Επομένως: A = 2Δf.



Το Σ2 *θα* χάσει την επαφή του με το Σι όταν το σύστημα διέλθει για πρώτη φορά *από* την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

(Στην θέση ισορροπίας του συστήματος :

ΣF = O <=> 2m·g = k·Δf <=> 2m·g = 2m·ω2 ·Δe <=> Δe = ω

Για την ταλάντωση του Σ2: ΣF = -D2 ·y <=> N -πι·g = -πι·ω²y

Όταν χάνεται η επαφή των σωμάτων N=O οπότε: -m ·g = -m ·ω²y <=> y = Q/ω2 = M)

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ε.Τ την στιγμή που το σύστημα διέρχεται *από* την θέση αυτή:

1 2 1 2 1 2 2 2 2 2 3k ·Δf!²

$$\frac{1}{2}k \cdot A^2 = \frac{1}{2}k \cdot y^2 + \frac{1}{2}m \cdot v^2 \iff k \cdot 4\Delta\ell^2 = k \cdot \Delta\ell^2 + 2m \cdot v^2 \iff v = \qquad (1)$$

2m

Το σώμα Σ2 αποκολλάται *από* το Σι *και* συνεχίζει *να* κινείται προς τα πάνω υπό την επίδραση μόνο του βάρους του, *και κάποια* στιγμή σταματά.

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε *από* την στιγμή που το Σ2 αποκολλάται *από* το Σι *και* μέχρι την στιγμή που σταματά στιγμιαία, θεωρώντας επίπεδο αναφοράς για την βαρυτική δυναμική ενέργεια αυτό που φαίνεται στο σχήμα.

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 <=> \frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h <=> v^2 = 2g \cdot h \ (2)$$

Η (1) λόγω της (2) γίνεται: $\frac{3k \cdot \Delta l'^2}{2m} = 2g \cdot h <=> h = \frac{3k \cdot \Delta f^2}{4m \cdot g}$ *και* επειδή στην θέση ισορροπίας του συστήματος: $\Sigma F = 0 <=> 2m \cdot g = k \cdot \Delta f$ καταλήγουμε στην σχέση: $h = \frac{3k \cdot \Delta f^2}{2k \cdot \Delta l'} <=> h = \frac{3}{2}\Delta f$

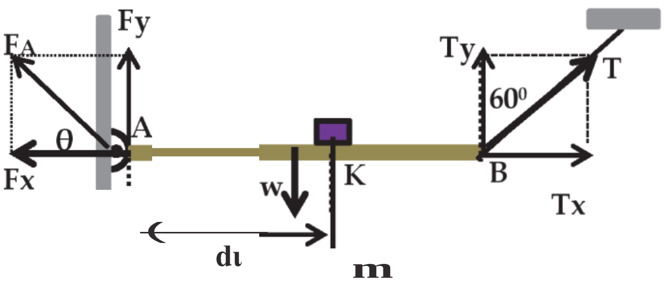
Το συνολικό διάστημα που διένυσε το Σ2 *από* την στιγμή που αφήσαμε ελεύθερο το σύστημα *και* μέχρι *να* σταματήσει στιγμιαία είναι: $d = 3\Delta f + h = \frac{2}{2}\Delta l, = \frac{2}{4}A <=> \boxed{d} = 2,25A$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για την στροφική ισορροπία της ράβδου:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 <=> T_y \cdot L - w\frac{L}{2} - m \cdot g \cdot d = 0 <=>$$

$$T \cdot L \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - w\frac{L}{2} - m \cdot g \cdot d = 0 <=> \boxed{T = 40N}$$



Γ2. Για την μεταφορική ισορροπία της ράβδου:

$$\Sigma F_x = 0 <=> F_x = T_x = T \cdot \eta\mu\varphi <=> F_x = 20\sqrt{3}N$$

$$\Sigma F_y = 0 <=> F_y + T_y = w + m \cdot g <=> F_y = 13N$$

Επομένως: $F_A = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} <=> F_A = \sqrt{1200 + 169} <=> \boxed{F_A = 37N}$ υπό γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο, όπου $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{F_y}{F_x} = \frac{13\sqrt{3}}{60}$

Γ3. Αρχικά *θα* υπολογίσουμε την θέση που το νήμα σπάει *Και σε* εκείνη την θέση η ράβδος *οριακά* ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 <=> T_{\theta\rho,y} \cdot L - w\frac{L}{2} - m \cdot g \cdot \chi = 0 <=> T_{\theta\rho} \cdot L \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - w\frac{L}{2} - m \cdot g \cdot \chi = 0 <=> \chi = 4m.$$

Για την κίνηση του σώματος ισχύει: $\Sigma F_x = m \cdot \alpha <=> T = m \cdot \alpha <=> \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \alpha <=> \alpha = 2,5m/s^2$ (επιβράδυνση). Επομένως:

$$\chi = v_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2}\alpha \cdot \Delta t^2 <=> 4 = 6 \cdot \Delta t - 1,25 \cdot \Delta t^2 <=> 5\Delta t^2 - 24\Delta t + 16 = 0$$

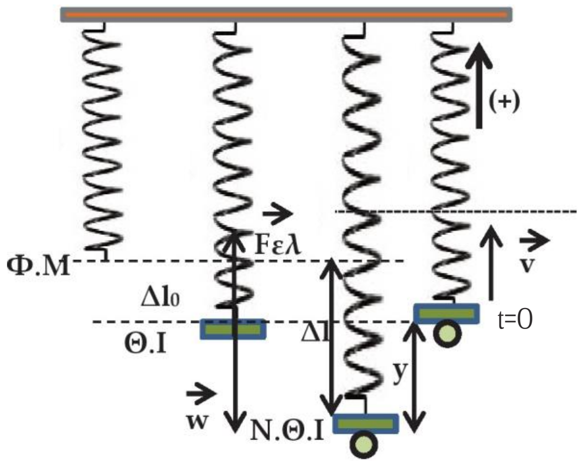
Η λύση του τριωνύμου δίνει ως αποδεκτή λύση την μικρότερη τιμή $\boxed{\Delta t = 0,8s.}$

Γ4. Σε μια τυχαία θέση της κίνησης του σώματος *και* για την στροφική ισορροπία της ράβδου ισχύει:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0 <=> T_Y \cdot L - w_2 \text{-m} \cdot g \cdot \chi = 0 <=> T \cdot L \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - w_2 \text{-m} \cdot g \cdot \chi = 0 <=> T = 8 + 1Ox$ *και τελικά*

$T = 8 + 10 \cdot (6t - 1{,}25t^2) <=> |T = 8 + 60t - 12{,}5t^2|$ με O :::; t :::; 0,8s.

ΘΕΜΑ Δ



Δl. Από την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς βλέπουμε ότι $\omega = 5 rad/s$, $\varphi_0 = \pi/6$ *και* $F_{\varepsilon\pi,max} = 60$ N οπότε:

$k = (m_1 + m_2) \cdot \omega^2 <=> 100 = (m_1 + 3) \cdot 25 <=> |m_1 = 1kg|$

Επίσης $F_{\varepsilon\pi,\eta 1 a\chi} = 60 N <=> k \cdot A = 60 <=> A = 0{,}6m$

Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι:

$v = \omega \cdot A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) <=> |v = 3\sigma\upsilon\nu(5t + \pi/6)|$ στο (S.I).

Δ2. Στην θέση ισορροπίας του συσσωματώματος: $\Sigma F = O <=> (m_1 + m_2) \cdot g = k \cdot \Delta€ <=:> \Delta f = 0{,}4m$

Εφαρμόζω Α.Δ.Ε.Τ όταν $y = 0{,}4m$ (θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου) *και* έχω:

$\frac{k \cdot A^2}{2} = \frac{k \cdot y^2}{2} + \frac{(m\iota + m_2) \cdot v^2}{2} <=> 100 \cdot 0{,}36 = 100 \cdot 0{,}16 + 4v^2 <=> v = -.JSm/s$ (αφού το συσσωμάτωμα κατεβαίνει v<O). Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του Σ2 εκείνη την στιγμή είναι:

$\frac{d\kappa_2}{dt} = \frac{dwF\varepsilon\pi 2}{dt} = |F_{\varepsilon\pi,2}| \cdot \frac{|dy|}{dt} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = |m_2 \cdot \omega^2 \cdot y| \cdot |v| \sigma\upsilon\nu 0^0 <=> \frac{d\kappa_2}{dt} = 30v5J/s$

Δ3. Την χρονική στιγμή t=O το συσσωμάτωμα βρίσκεται στην θέση $y = O{,}6\eta\mu(5t + \pi/6) = O{,}6\eta\mu(\pi/6) <=> y = 0{,}3m$ *και* έχει ταχύτητα :

$v = 3\sigma\upsilon\nu(5t + \pi/6) = 3\sigma\upsilon\nu(\pi/6) <=> v = \frac{3}{2}../3\pi\iota/s$. Θεωρώ το σύστημα μονωμένο *κατά* την κρούση (και θετική την φορά προς τα πάνω), οπότε *και* εφαρμόζω Α.Δ.Ο:

$- \cdot v\iota + m_2 \cdot v_2 = (+ m_2) \cdot v <=> -v\iota + 9.fj = 6.[3 <=> v\iota = 3.J3m/s.$

Στην θέση ισορροπίας του σώματος Σι: $\Sigma F = O <=> m_1 \cdot g = k \cdot \Delta f_0 <=:> \Delta f_0 = 0{,}lm$

Αφού $y = M - \Delta f_0$ η κρούση των σωμάτων έγινε στην θέση ισορροπίας του σώματος Σι που σημαίνει ότι: $v\iota = v\iota{,}ma\chi <=> v\iota = \cdot A\iota <=> |A\iota = 0{,}3.J3m|$.

Δ4. Το συσσωμάτωμα και το σώμα Σ3 έχουν ίδια μάζα οπότε κατά την κεντρική και ελαστική τους κρούση ανταλλάσσουν ταχύτητα σε όποια θέση της ταλάντωσης του συσσωματώματος και να γίνεται η κρούση. Επομένως η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση *θα* είναι $v^1 = v_3 = J3$ m/s. Εφαρμόζω Α.Δ.Ε.Τ αμέσως μετά την κρούση:

$\frac{1}{2}k \cdot A^{12} = \frac{1}{2}k \cdot Y^2 + \frac{1}{2}(m\iota + m_2) \cdot v^{12} <=> A^1 = \sqrt{y^2 + \frac{(m\iota + m_2) \cdot v^{12}}{k}}$. Προφανως για *να ειναι* το πλατος της νέας ταλάντωσης μέγιστο πρέπει η κρούση *να* γίνει *σε ακραία* θέση της αρχικής ταλάντωσης του συσσωματώματος. Θέτοντας $y = A = O{,}6m$ στην παραπάνω σχέση παίρνουμε τελικά: $|A^1 = O{,}4../3m|$