

Θέμα Β

Δίνεται συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+\alpha} - 4, & x \geq 1 \\ x^2 - x - 2, & x < 1 \end{cases}$$

B1. Αν η f είναι συνεχής στο 1, να δείξετε ότι $\alpha = 3$.

Στη συνέχεια, για το α που βρήκατε να εξετάσετε την παραγωγισιμότητα της f στο 1.

Για $\alpha = 3$:

B2. Να εξετάσετε την f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

B3. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της f δεν έχει ακρότατα στο \mathbb{R} .

B4. Αν $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$, να βρείτε το B και στη συνέχεια να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - B \cdot x).$$

(Υπενθύμιση : Είναι δυνατή η χρήση των κανόνων De L' Hospital)