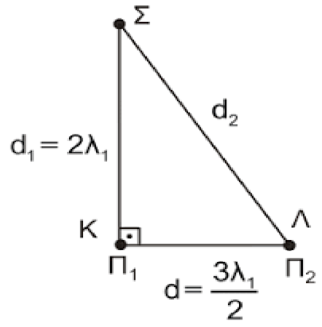
ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ 2018 (ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ)

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ
Α2. δ
Α3. α
Α4. δ
Α5. α) Λάθος, β) Σωστό, γ) Λάθος, δ) Σωστό, ε) Λάθος.

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) i.



β) $A_\Sigma = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{d_1-d_2}{2\lambda_2}\right|(1)$.

$d_1 = 2\lambda_1(2)$

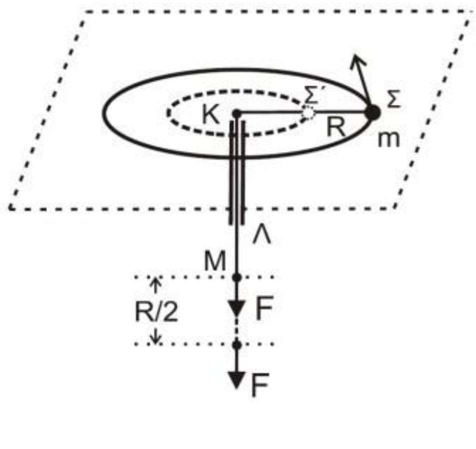
$d_2 = \sqrt{{d_1}^2+{d_2}^2} = \sqrt{(2\lambda_1)^2+\frac{(3\lambda_1)^2}{2^2}} \Rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{25{\lambda_1}^2}{4}} \Rightarrow d_2 = \frac{5\lambda_1}{2}(3)$.

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων παραμένει ίδια και μετά την αλλαγή της συχνότητας άρα $v = \lambda_2\cdot f_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{v}{f_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{v}{2f_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}(4)$.

Άρα η (1) λόγω των $(2),(3),(4) \Rightarrow A_\Sigma = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{2\lambda_1-\frac{5\lambda_1}{2}}{\frac{2\lambda_1}{2}}\right| \Rightarrow A_\Sigma = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{\frac{-\lambda_1}{2}}{\lambda_1}\right| \Rightarrow A_\Sigma = 2A|\sigma\upsilon\nu(-\pi)| \Rightarrow A_\Sigma = 2A.$

Β2. α) iii

β) Για να υπολογίσουμε το έργο εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του σφαιριδίου από τη στιγμή που η ακτίνα της κυκλικής του τροχιάς είναι R μέχρι τη στιγμή που γίνεται $R/2$. Έχουμε $\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m\cdot {v_2}^2 - \frac{1}{2}m\cdot {v_1}^2 = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}m\left(\omega_2\frac{R}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}m(\omega\cdot R)^2 = W_F \Rightarrow \frac{m\cdot{\omega_2}^2\cdot R^2}{8} - \frac{m\cdot\omega^2\cdot R^2}{2} = W_F\ (1)$.

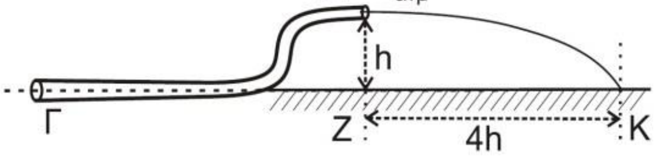


Επειδή η συνισταμένη ροπή στο σφαιρίδιο είναι ίση με μηδέν, η στροφορμή του παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της μετακίνησής του. Άρα $L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\cdot v\cdot R = m\cdot v_2\cdot\frac{R}{2} \Rightarrow \omega\cdot R^2 = \omega_2\frac{R^2}{4} \Rightarrow \omega_2 = 4\omega\ (2)$.

Άρα από την (1) λόγω της (2) έχουμε $\frac{m16\omega^2\cdot R^2}{8} - \frac{m\cdot\omega^2 R^2}{2} = \frac{3}{2}m\cdot\omega^2\cdot R^2 = W_F$.

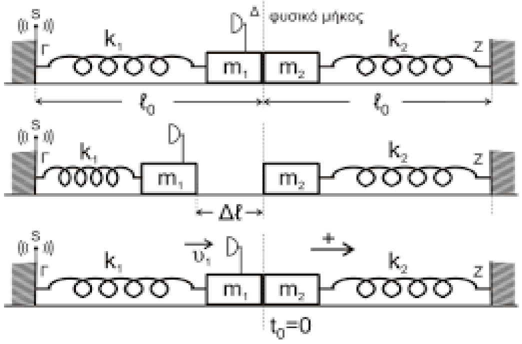
Β3. α) i

β) Εφαρμόζουμε το θεώρημα του Bernoulli για τα σημεία Γ και Δ της φλέβας του νερού που



ρέει στο σωλήνα:$p_Γ + \frac{1}{2}ρ \cdot {v_Γ}^2 + 0 = p_Δ + \frac{1}{2}ρ \cdot {v_Δ}^2 + ρ \cdot g \cdot h \Rightarrow p_Γ - p_Δ = \frac{1}{2}ρ({v_Δ}^2 - {v_Γ}^2) + ρ \cdot g \cdot h$ (1).
Από την εξίσωση της συνέχειας για τα σημεία Γ και Δ έχουμε: $A_Γ v_Γ = A_Δ v_Δ \Rightarrow 2A_Δ v_Γ = A_Δ v_Δ \Rightarrow v_Δ = 2v_Γ$ (2).
Στοιχειώδης μάζα του υγρού εκτελεί οριζόντια βολή, όταν εξέρχεται από το στόμιο Δ. Άρα $4h = v_Δ \cdot t_K \Rightarrow t_K = \frac{4h}{v_Δ}$. Όμως $h = \frac{1}{2}g \cdot {t_K}^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}g\frac{16h^2}{{v_Δ}^2} \Rightarrow h = \frac{{v_Δ}^2}{8g} \Rightarrow h = \frac{4{v_Γ}^2}{8g} \Rightarrow h = \frac{{v_Γ}^2}{2g}$ (3).
Από την (1) λόγω των (2) και (3) έχουμε $p_Γ - p_Δ = \frac{1}{2}ρ\left(4{v_Γ}^2 - {v_Γ}^2\right) + ρ \cdot g\frac{{v_Γ}^2}{2g} \Rightarrow p_Γ - p_Δ = \frac{1}{2}ρ3{v_Γ}^2 + ρ\frac{{v_Γ}^2}{2} \Rightarrow p_Γ - p_Δ = 2ρ \cdot {v_Γ}^2$.

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Αν v_1 η ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 λίγο πριν την κρούση και v_K η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση έχουμε $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{v-v_1}{v}fs}{\frac{v-v_K}{v}fs} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{v-v_1}{v-v_K}$ (1).
Υπολογίζουμε την ταχύτητα v_1 από την Αρχή Διατήρησης Ενέργειας της Ταλάντωσης (ΑΔΕΤ) που εκτελεί το σώμα μάζας m_1πριν την κρούση, εξισώνοντας την ενέργειά του τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερο και λίγο πριν την κρούση: $E_{T_0} = E_{T_1} \Rightarrow K_0 + U_{T_0} = K_1 + U_{T_1} \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}k \cdot {Δ\ell_1}^2 = \frac{1}{2}m \cdot {v_1}^2 + 0 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}Δ\ell_1 \Rightarrow v_1 = 2\,{}^{m}/_{s}$ (2).
Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ορμής (ΑΔΟ) για τα σώματα μάζας m_1 και m_2 λίγο πριν και αμέσως μετά την κρούση, αφού το σύστημα είναι μονωμένο, μόνο εκείνη τη στιγμή, στον άξονα $x'x$ που συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης.
$p_{αρχ_{ολ_χ}} = p_{τελ_{ολ_χ}} \Rightarrow m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2)v_κ \Rightarrow v_κ = 1\,{}^{m}/_{s}$ (3).
Άρα η (1)$\Rightarrow από\ (2), (3)$: $\frac{f_1}{f_2} = \frac{340-2}{340-1} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{338}{339}$.

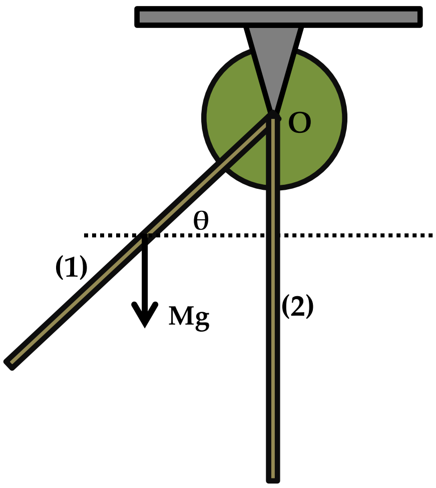
Γ2. Σε τυχαία θέση θα ελέγξουμε αν $ΣF_x = -D \cdot x$, όπου x η απομάκρυνση του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του (Θ.Ι.).
$ΣF_x = -F_{ελ_1} - F_{ελ_2} \Rightarrow ΣF_x = -k_1 \cdot Δ\ell_1 - k_2 \cdot Δ\ell_2$, επειδή όμως $Δ\ell_1 = Δ\ell_2 = x$, η σχέση διαμορφώνεται σε $ΣF_x = -(k_1 + k_2)x$.
Αφού η $ΣF_x$ είναι αντίθετης φοράς και ανάλογη κατά μέτρο με την απομάκρυνση x του σώματος από τη Θ.Ι., το σώμα θα εκτελέσει απλές αρμονικές ταλαντώσεις (α.α.τ.). Συγκρίνοντας με την σχέση $F = -D \cdot x$, που είναι αναγκαία και ικανή συνθήκη για να εκτελεί α.α.τ. ένα σώμα, συμπεραίνουμε ότι $D = k_1 + k_2$ και αφού $k_1 = k_2 = k$, προκύπτει ότι $D = 2k \Rightarrow D = 100\,{}^{N}/_{m}$.
Μπορούμε να υπολογίσουμε το πλάτος της ταλάντωσης εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ε.Τ. για το συσσωμάτωμα ή παίρνοντας υπ' όψη ότι $v_κ$ είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος στη Θ.Ι., άρα είναι και η μέγιστη ταχύτητα, δηλαδή $v_κ = v_{max} \Rightarrow v_κ = ω'A'$. Όμως $D = (m_1 + m_2){ω'}^2 \Rightarrow ω' = \sqrt{\frac{D}{m_1+m_2}} \Rightarrow ω' = 5\frac{rad}{s}$. Οπότε τελικά $1 = 5A' \Rightarrow A' = 0{,}2m$.

Γ3. Για να καταγράφει ο δέκτης συχνότητα f_s δεν πρέπει να υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ πομπού και δέκτη, άρα $v_{συσσ} = 0$. Αυτό συμβαίνει για πρώτη φορά, όταν το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θετική ακραία θέση (Α.Θ.) της ταλάντωσής του, οπότε, αν T είναι η περίοδος, μεσολάβησε χρονικό διάστημα $Δt = {}^{T}/_{4}$ για την μετάβασή του από τη Θ.Ι. στην Α.Θ. Επειδή $T = \frac{2π}{ω} \Rightarrow T = \frac{2π}{5} \Rightarrow T = 0{,}4π\ s$, έχουμε $Δt = \frac{0{,}4π}{4} \Rightarrow Δt = \frac{π}{10}s$.

Γ4. $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F} \Longrightarrow \frac{dp}{dt} = \Sigma F_x \Longrightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = |F_{max}| \Longrightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = D \cdot A' \Longrightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = 20\, kg\frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ Δ

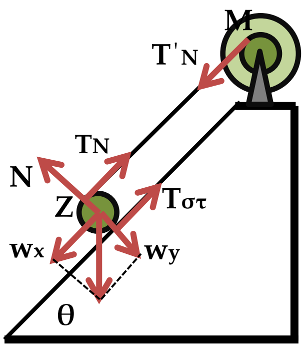
Δ1. Αν I_{ρ_O}, I_{δ_O} και I_{ρ,δ_O} η ροπή αδράνειας της ράβδου, του δίσκου και του συστήματος ράβδος-δίσκος αντίστοιχα, ως προς άξονα περιστροφής σημείο O $I_{\rho,\delta_O} = I_{\rho_O} + I_{\delta_O} \Longrightarrow I_{\rho,\delta_O} = \frac{1}{12}M \cdot \ell^2 + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}m_\Delta \cdot R_\Delta{}^2 \Longrightarrow I_{\rho_{1}\delta_O} = 25\, kg \cdot m^2$.



Δ2. Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής, στη γενικότερη διατύπωσή του, για σύστημα ράβδος – δίσκος, έχουμε: $\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau_{\varepsilon\xi} \Longrightarrow \frac{dL}{dt} = M \cdot g\frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi \Longrightarrow \frac{dL}{dt} = 72\, kg\frac{m^2}{s^2}$.

Δ3. Το σύστημα ράβδου –δίσκου θα εκτελέσει στροφική κίνηση γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου. Επειδή η μόνη δύναμη που εκτελεί έργο είναι το βάρος της ράβδου, που είναι δύναμη συντηρητική, η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή:
$E_{M_0} = E_{M_1} \Longrightarrow K_0 + U_{\rho_0} + U_{\delta_0} = K_1 + U_{\rho_1} + U_{\delta_1} \Longrightarrow$
$0 + M \cdot g\frac{\rho}{2}(1 - \eta\mu\varphi) = K_1 + 0 \Longrightarrow K_1 = 24J$.

Δ4. Για την μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου έχουμε: $\Sigma F_x = m \cdot \alpha_{cm} \Longrightarrow m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - T - T_{\sigma\tau} = m \cdot \alpha_{cm}$ (1), όπου T η τάση του νήματος και $T_{\sigma\tau}$ η στατική τριβή.
Για την στροφική κίνηση του κυλίνδρου έχουμε: $\Sigma\tau = I \cdot \alpha_\gamma \Longrightarrow (T_{\sigma\tau} - T)R = \frac{1}{2}m \cdot R^2 \cdot \alpha_\gamma \Longrightarrow T_{\sigma\tau} - T = \frac{1}{2}m \cdot \alpha_{cm} \Longrightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2}m \cdot \alpha_{cm} + T$ (2).
Από (1) και (2)$\Longrightarrow m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - T - \left(\frac{1}{2}m \cdot \alpha_{cm} + T\right) = m \cdot \alpha_{cm} \Longrightarrow m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - 2T = \frac{3}{2}m \cdot \alpha_{cm}$ (3).
Για την στροφική κίνηση της τροχαλίας έχουμε: $\Sigma\tau = I_{cm} \cdot \alpha'_\gamma \Longrightarrow T \cdot R = I_{cm} \cdot \alpha'_\gamma (4)$.
Αν $d\ell'$ είναι το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται από την τροχαλία, $d\ell$ το μήκος του νήματος που τυλίγεται στον κύλινδρο και dx η μετατόπιση του κυλίνδρου, ισχύει: $d\ell' = d\ell + d\chi$. Επειδή το νήμα δεν ολισθαίνει ούτε στην τροχαλία ούτε στον κύλινδρο έχουμε:



$ds' = ds + dx \Longrightarrow d\varphi' \cdot R = d\varphi \cdot R + dx \Longrightarrow \frac{d\varphi'}{dt}R = \frac{d\varphi}{dt}R + \frac{dx}{dt} \Longrightarrow \omega' \cdot R = \omega \cdot R + \upsilon_{cm} \Longrightarrow \frac{d\omega'}{dt}R = \frac{d\omega}{dt}R + \frac{d\upsilon_{cm}}{dt} \Longrightarrow \alpha'_\gamma \cdot R = \alpha_\gamma \cdot R + a_{cm} \Longrightarrow \alpha'_\gamma \cdot R = 2a_{cm} \Longrightarrow a'_\gamma = \frac{2\alpha_{cm}}{R}$ (5).
Από (4), (5)$\Longrightarrow TR = I_{cm}\frac{2\alpha_{cm}}{R} \Longrightarrow T = \frac{2I_{cm}\alpha_{cm}}{R^2}$ (6)
Άρα η (3)$\Longrightarrow$ $\alpha\pi\acute{o}$ $(6){:}\, m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - \frac{2I_{cm}\alpha_{cm}}{R^2} = \frac{3}{2}m \cdot \alpha_{cm} \Longrightarrow \alpha_{cm} = 1\, {}^{m}/_{s^2}$.
Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου, αφού η μεταφορική κίνησή του είναι ομαλά επιταχυνόμενη, δίνεται από τη σχέση $\upsilon_{cm_1} = a_{cm} \cdot t_1$, Υπολογίζουμε τον χρόνο t_1 από το διάστημα που έχει διανύσει ο κύλινδρος μέχρι εκείνη τη στιγμή, δηλαδή $s = \frac{1}{2}a_{cm}t_1{}^2 \Longrightarrow 2 = \frac{1}{2}1t_1{}^2 \Longrightarrow t_1 = 2s$. Οπότε $\upsilon_{cm_1} = 1 \cdot 2 \Longrightarrow \upsilon_{cm_1} = 2\, {}^{m}/_{s^2}$.
Θα μπορούσαμε να βρούμε την υ_{cm} από την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για την κίνηση του κυλίνδρου ή από το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας.