ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2017
(ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ)

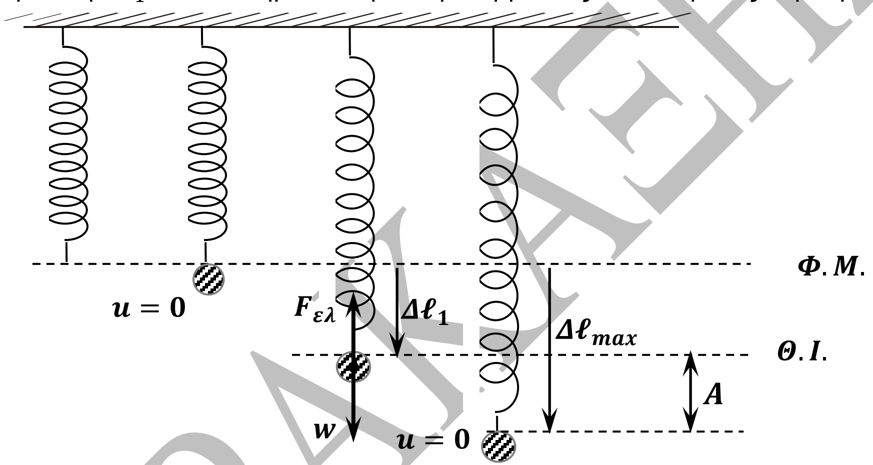
ΘΕΜΑ Α

Α1. δ.
Α2. γ.
Α3. α.
Α4. δ.
Α5. α. Λάθος, **β.** Σωστό, **γ.** Σωστό. **δ.** Σωστό, **ε**. Λάθος.

ΘΕΜΑ Β

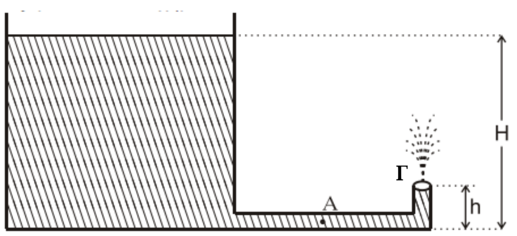
Β1. Σωστή η (ii)

Το σώμα είναι δεδομένο ότι εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Επειδή στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου το σώμα αφήνεται ελεύθερο, η ταχύτητά του είναι ίση με μηδέν, οπότε βρίσκεται στην ακραία θέση της ταλάντωσής του. Άρα το πλάτος A είναι ίσο με επιμήκυνση $\Delta\ell_1$ του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του σώματος. Άρα για τη θέση



ισορροπίας θα ισχύει: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_1} - w = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta\ell_1 = m \cdot g \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{m \cdot g}{k}$ (1). Άρα $A = \frac{m \cdot g}{k}$. Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση $U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k \cdot \Delta\ell^2$, όπου $\Delta\ell$ η παραμόρφωση του ελατηρίου, άρα γίνεται μέγιστη όταν και η παραμόρφωση του ελατηρίου γίνει μέγιστη, δηλαδή $U_{\varepsilon\lambda_{max}} = \frac{1}{2}k \cdot \Delta\ell_{max}^2$. Στην προκειμένη περίπτωση, αφού η θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου είναι ακραία θέση της ταλάντωσης, το ελατήριο θα είναι διαρκώς επιμηκυμένο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του και τη μέγιστη τιμή της η επιμήκυνση τη λαμβάνει στην άλλη ακραία θέση απ' αυτή που αφέθηκε το σώμα ελεύθερο, οπότε η τιμή της θα είναι $\Delta\ell_{max} = 2\Delta\ell_1$. Οπότε $U_{\varepsilon\lambda_{max}} = \frac{1}{2}k \cdot (2\Delta\ell_1)^2 \Rightarrow U_{\varepsilon\lambda_{max}} = 2k \cdot \Delta\ell_1^2 \overset{(1)}{\Rightarrow} U_{\varepsilon\lambda_{max}} = 2k \cdot (\frac{m \cdot g}{k})^2 \Rightarrow U_{\varepsilon\lambda_{max}} = \frac{2m^2 \cdot g^2}{k}$.

Β2. Σωστή η (iii)



Σχήμα 2

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής μεταξύ των σημείων Β και Γ, όπου Β ένα σημείο της επιφάνειας του υγρού στο ανοιχτό δοχείο και Γ ένα σημείο στο άνοιγμα του σωλήνα ακριβώς: $p_B + \frac{1}{2}\rho \cdot v_B^2 + \rho \cdot g \cdot H = p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho \cdot v_\Gamma^2 + \rho \cdot g \cdot h$ (1). Όμως $p_B = p_\Gamma = p_{atm}$, $v_B = 0$, οπότε η (1) γράφεται $\rho \cdot g \cdot 5h = \frac{1}{2}\rho \cdot v_\Gamma^2 + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow \rho \cdot g \cdot 4h = \frac{1}{2}\rho \cdot v_\Gamma^2 \Rightarrow v_\Gamma = 2\sqrt{2g \cdot h}$.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση συνέχειας μεταξύ των σημείων Α και Γ παίρνουμε: $A_{\mathrm{A}} \cdot v_{\mathrm{A}} = A_{\Gamma} \cdot v_{\Gamma} \Rightarrow v_{\mathrm{A}} = v_{\Gamma} \Rightarrow v_{\mathrm{A}} = 2\sqrt{2g \cdot h}$.

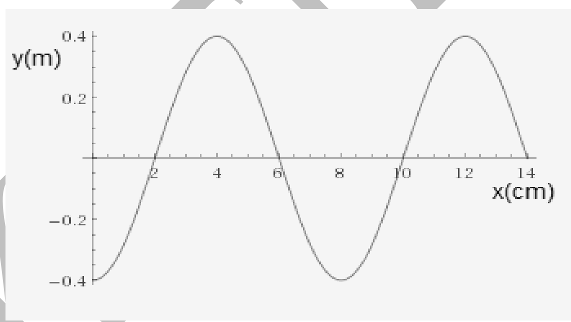
Β3. Σωστή η (ii)

Είναι: $f_{\mathrm{B}} = \frac{v_{\eta\chi}+v_2}{v_{\eta\chi}+v_1} f_s \Rightarrow f_{\mathrm{B}} = \frac{v_{\eta\chi}+\frac{v_{\eta\chi}}{10}}{v_{\eta\chi}+\frac{v_{\eta\chi}}{5}} f_s \Rightarrow f_{\mathrm{B}} = \frac{\frac{11v_{\eta\chi}}{10}}{\frac{6v_{\eta\chi}}{5}} f_s \Rightarrow f_{\mathrm{B}} = \frac{11}{12} f_s$.

ΘΕΜΑ Γ

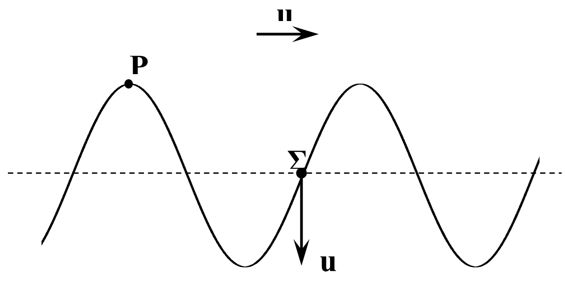
Γ1. Το ελάχιστο χρονικό διάστημα για την απευθείας μετάβαση της στοιχειώδους μάζας από τη μία ακραία θέση στην άλλη είναι ίσο με το μισό της περιόδου, δηλαδή $\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 0{,}8\,s \Rightarrow f = 1{,}25\,Hz$ και $\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow \omega = 2{,}5\pi\ {}^{rad}/_{s}$.
Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος ισούται με $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{0{,}04}{0{,}4} \Rightarrow v = 0{,}1\ {}^{m}/_{s}$. Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε: $v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = 0{,}08\,m$. Για την ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί η στοιχειώδης μάζα Δm, ισχύει: $E_\tau = \frac{1}{2} D \cdot A^2 \Rightarrow E_\tau = \frac{1}{2}\Delta m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \Rightarrow A = 0{,}4\,m$.

Γ2. Η εξίσωση του αρμονικού κύματος δίνεται από σχέση $y = A \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ και με αντικατάσταση προκύπτει $y = 0{,}4\eta\mu 2\pi\left(1{,}25t - \frac{x}{0{,}08}\right) \Rightarrow y = 0{,}4\eta\mu 2\pi(1{,}25t - 12{,}5x)\ (S.I.)$
Όπως φαίνεται από την εξίσωση $y = 0{,}4\eta\mu 2\pi(1{,}25 \cdot 1{,}4 - 12{,}5x) \quad (S.I.)$ το στιγμιότυπο του κύματος είναι μια ημιτονοειδής καμπύλη. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1{,}4\,s$ το κύμα έχει διαδοθεί μέχρι το σημείο εκείνο του μέσου διάδοσης που έχει μηδενική φάση. Άρα $2\pi(1{,}25 \cdot 1{,}4 - 12{,}5x_1) = 0 \Rightarrow 1{,}25 \cdot 1{,}4 - 12{,}5x_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0{,}14\,m$. Στο μήκος αυτό αντιστοιχούν 1,75 μήκη κύματος. Το στιγμιότυπο του κύματος την παραπάνω χρονική στιγμή είναι αυτό που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



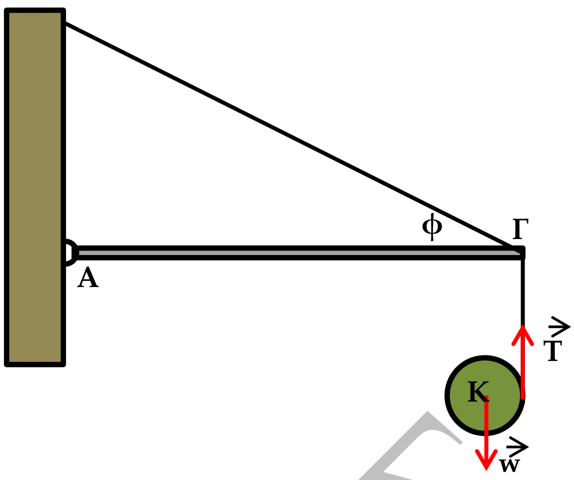
Γ3. Από τη διατήρηση της ενέργειας της ταλάντωσης της στοιχειώδους μάζας Δm προκύπτει ότι $K + U_\tau = E_\tau \Rightarrow K + \frac{1}{2}D \cdot y^2 = \frac{1}{2}D \cdot A^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2}\Delta m \cdot \omega^2 \cdot A^2 - \frac{1}{2}\Delta m \cdot \omega^2 \cdot y^2 \Rightarrow K = \frac{15p^2}{4} \cdot 10^{-7}\,J$.

Γ4. Αφού $\varphi_{\mathrm{P}} - \varphi_{\Sigma} > 0 \Rightarrow \varphi_{\mathrm{P}} > \varphi_{\Sigma}$. Επειδή το κύμα διαδίδεται από σημεία με μεγαλύτερη σε σημεία με μικρότερη φάση, θα διαδίδεται από το σημείο Ρ στο σημείο Σ. Από τη σχέση (καλά είναι να την αποδείξετε!) $\varphi_{\mathrm{P}} - \varphi_{\Sigma} = 2\pi\frac{\Delta x_{\mathrm{P}\Sigma}}{\lambda} \Rightarrow \frac{3\pi}{2} 2\pi\frac{\Delta x_{\mathrm{P}\Sigma}}{\lambda} \Rightarrow \Delta x_{\mathrm{P}\Sigma} = \frac{3\lambda}{4}$.
Επειδή η απομάκρυνση του σημείου Ρ, τη στιγμή εκείνη, είναι μέγιστη και θετική το σημείο Σ θα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του, οπότε η ταχύτητά του είναι μέγιστη κατά μέτρο. Όμως επειδή τα όρη και οι κοιλάδες του κύματος διαδίδονται στην κατεύθυνση διάδοσης του κύματος, στο σημείο Σ φτάνει η κοιλάδα που βρίσκεται μεταξύ των σημείων Ρ και Σ, οπότε η ταχύτητα του Σ θα έχει αρνητική κατεύθυνση. Τελικά $v_\Sigma = -\omega \cdot A \Rightarrow v_\Sigma = -\pi\ {}^{m}/_{s}$.



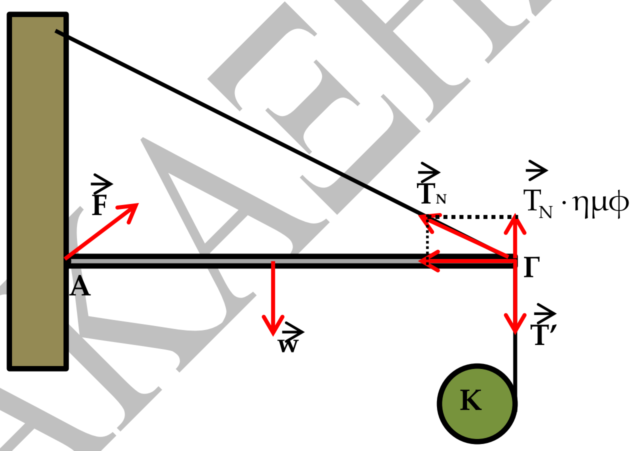
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο δίσκο ασκείται το βάρος w_1, με σημείο εφαρμογής το γεωμετρικό κέντρο του δίσκου και η τάση T του νήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οπότε για την μεταφορική κίνηση του δίσκου έχουμε $\Sigma F_y = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow w_1 - T = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow m \cdot g - T = m \cdot \alpha_{cm}$ (1).



Για την στροφική κίνηση του δίσκου έχουμε $\Sigma\tau = I \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} m \cdot R^2 \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow T = \frac{1}{2} m \cdot R \cdot \alpha_\gamma$. Όμως επειδή το νήμα δεν ολισθαίνει πάνω στο δίσκο $\alpha_{cm} = R \cdot \alpha_\gamma$ η τελευταία σχέση διαμορφώνεται ως εξής $T = \frac{1}{2} m \cdot \alpha_{cm}$ (2). Αθροίζοντας κατά μέλη τις (1) και (2) προκύπτει $m \cdot g = \frac{3}{2} m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{20}{3}\, {}^{m}/_{s^2}$. Στη συνέχεια από τη σχέση (2) προκύπτει ότι $T = \frac{20}{3}\, N$.

Δ2. Στη ράβδο ασκείται το βάρος της w_2 στο γεωμετρικό της κέντρο, η τάση T_N του νήματος ΓΔ που συνδέει τη ράβδο με τον κατακόρυφο τοίχο, η τάση T' του νήματος που συνδέει τη ράβδο με το δίσκο και η δύναμη F που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση, της οποίας η διεύθυνση είναι τυχαία. Οι τάσεις στα άκρα ενός νήματος, αν αυτό είναι αβαρές, είναι ίσες κατά μέτρο, οπότε $T' = T$. Αναλύουμε την τάση T_N σε συνιστώσες που έχουν τη διεύθυνση της ράβδου και είναι κάθετη σ' αυτήν, όπως φαίνεται στο σχήμα. Θεωρούμε ότι το μήκος της ράβδου είναι ℓ. Επειδή η στροφική κίνηση της ράβδου είναι σε ισορροπίας θα ισχύει $\Sigma\tau = 0$, ως προς οποιονδήποτε άξονα, αφού $\Sigma\vec{F} = 0$. Επιλέγουμε να εφαρμόσουμε τη συνθήκη ισορροπίας της στροφικής κίνησης ως προς το σημείο Α, οπότε έχουμε $\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_F + \tau_{w_2} + \tau_{T'_x} + \tau_{T'_y} + \tau_T = 0 \Rightarrow 0 - M \cdot g \cdot \frac{\ell}{2} + 0 + T_N \cdot \eta\mu\varphi \cdot \ell - T \cdot \ell = 0 \Rightarrow M \cdot g \cdot \frac{1}{2} + 0 + T_N \cdot \eta\mu\varphi - T = 0 \Rightarrow T_N = \frac{100}{3}\, N$.



Δ3. Θεωρούμε ως χρονική στιγμή $t = 0$ τη στιγμή που ο δίσκος αφήνεται ελεύθερος και χρονική στιγμή t_1 τη στιγμή που το κέντρο μάζας του δίσκου έχει κατέλθει κατά $h = 0{,}3\, m$. Από τη χρονική στιγμή t_1 που το νήμα κόβεται, η μόνη δύναμη που ασκείται στο δίσκο είναι το βάρος του w. Επειδή η ροπή του βάρους είναι ίση με μηδέν ως προς τον άξονα περιστροφής του δίσκου, αφού αυτός διέρχεται από το κέντρο μάζας του, στο οποίο βρίσκεται το σημείο εφαρμογής του βάρους, η γωνιακή ταχύτητα και η στροφορμή του δίσκου θα παραμένουν σταθερές. Άρα η στροφορμή του δίσκου μετά χρονικό διάστημα Δt από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα, θα είναι ίση με τη στροφορμή του τη χρονική στιγμή t_1, δηλαδή $L = I \cdot \omega_1 \Rightarrow L = \frac{1}{2} m \cdot R^2 \cdot \omega_1$, όπου ω_1 η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1. Επειδή όμως το νήμα δεν ολισθαίνει πάνω στο δίσκο $v_{cm_1} = \omega_1 \cdot R$, όπου v_{cm_1} η ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1, οπότε τελικά $L = \frac{1}{2} m \cdot R \cdot v_{cm_1}$ (3). Από τις εξισώσεις κίνησης για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου έχουμε: $h = \frac{1}{2} \alpha_{cm} \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = 0{,}3\, s$ και $v_{cm_1} = \alpha_{cm} \cdot t_1 \Rightarrow v_{cm_1} = 2\, {}^{m}/_{s}$. Οπότε τελικά, από τη σχέση (3) προκύπτει $L = 0{,}2\, {}^{kg \cdot m^2}/_{s}$.

Δ4. Η γωνιακή ταχύτητα και η κινητική ενέργεια της στροφικής κίνησης δε μεταβάλλεται μετά τη χρονική στιγμή t_1, άρα η κινητική ενέργεια της στροφικής κίνησης τη χρονική στιγμή

$t_2 = t_1 + \Delta t'$ είναι $K_{\sigma_2} = \frac{1}{2} I \cdot \omega_1^2 \Rightarrow K_{\sigma_2} = \frac{1}{2}\frac{1}{2} m \cdot R^2 \cdot \omega_1^2 \Rightarrow K_{\sigma_2} = \frac{1}{4} m \cdot v_{cm_1}^2 \Rightarrow K_{\sigma_2} = 2\,J$. Μετά το κόψιμο του νήματος, αφού η μόνη δύναμη που ασκείται στον δίσκο είναι το βάρος του, η μεταφορική κίνηση του δίσκου επιταχύνεται με επιτάχυνση $g = 10\ {}^{m}/_{s^2}$. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου υπολογίζεται από τη σχέση $v_{cm_2} = v_{cm_1} + g(t_2 - t_1) \Rightarrow v_{cm_2} = 3\ {}^{m}/_{s}$. Οπότε η κινητική ενέργεια της μεταφορικής κίνησης του δίσκου είναι $K_{\mu_2} = \frac{1}{2} m \cdot v_{cm_2}^2 \Rightarrow K_{\mu_2} = 9\,J$. Άρα $\frac{K_{\sigma 2}}{K_{\mu 2}} = \frac{2}{9}$.